SERIE D'EXERCICES

EXERCICE 1

Résoudre dans ℝ les équations et inéquations suivantes.

1. $x^4 - x^2 - 2 = 0$
2. $-5\left(\left|\frac{x-1}{5}\right|\right)^2 + 2\sqrt{5}\left(\left|\frac{x-1}{5}\right|\right) - 1 = 0$
3. $2(2x^2 - x - 1)^2 - 3(2x^2 - x - 1) - 2 = 0$
4. $2(|2x-2|)^2 - 3(|2x-2|) - 2 \leq 0$.

EXERCICE 2

Résoudre dans ℝ les équations et inéquations suivantes :

1. $\sqrt{1-x^2} - x + 4 = 0$
2. $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 11} = 1$
3. $\sqrt{2x^2 - 7x + 4} = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}$
4. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = \sqrt{2x+1}$
5. $\sqrt{-x^2 + x + 5} \leq 2x + 2$
6. $\sqrt{2x^2 - x} > 2x - 3$
7. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} < |x-2|$
8. $\sqrt{2x-1} \geq \sqrt{x+1}$

EXERCICE 3

Résoudre dans$\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants.

1. $\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ -x + 3y + 2z = 3 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - 3y = 5 \\ x^2 - 3xy + z^2 + 4y - 2z = 9 \end{cases}$

EXERCICE 4

On Considère l'équation (E) :

$$(m+1)x^2 + 2mx + m + 1.$$

1. Etudier suivant les valeurs de m, l'existence et le signe des solutions de (E).
2. Déterminer m pour que $(m+1)x^2 + 2mx + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
3. Déterminer m pour que les racines x' et x'' verifient : $-1 < x' < 2 < x''$.
4. x' et x'' étant les solutions de (E), former une équation du second degré ayant pour solutions $x' - 2x''$ et $x'' - 2x'$.

EXERCICE 5

1. Soit $P(x) = -4mx^2 + (3m+1)x + 1$.
   Sans calculer x_1 et x_2, calculer en fonction de m, ${x_1}^2 + {x_2}^2$, ${x_1}^3 + {x_2}^3$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
2. Résoudre dans ℝ les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x + y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 64 \\ x + y = 0 \end{cases}$

EXERCICE 6

Soient m un paramètre et le trinôme

$P_m(x) = (m+2)x^2 - (4+m)x - m + 2$

1. Pour $m = -2$ resoudre $P_m(x) = 0$.
2. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ soit une équation de second degré.
3. Déterminer m pour que 3 soit solution de $P_m(x) = 0$.
4. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet une solution double, en déduire les solutions doubles.
5. Déterminer une relation indépendante de m liant les racines x_1 et x_2. Retrouver les racines doubles.
6. Quelles sont les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2.
7. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 opposées.
8. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 inverses.
9. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 de même signe.
10. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 de signes positifs.
11. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 de signes négatifs.
12. Déterminer les valeurs de m pour que $P_m(x) = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 de signes contraires.

EXERCICE 7

Résoudre dans ℝ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 5 \\ xy = 12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 2\sqrt{2} \\ xy = 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{2} \\ x + y + z = 85 \end{cases}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants.

1) $\begin{cases} x^2 + 5y^2 = 17 \\ 2x^2 + 11y^2 = 37 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3}{y-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4} \\ \frac{5}{y-1} - \frac{3}{x+2} = \frac{29}{12} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 7\sqrt{1-3x} - 6\sqrt{5y} = 23 \\ 9\sqrt{1-3x} - 11\sqrt{5y} = 23 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 7xy - 5x - 5y = 15 \\ 11xy - 8x - 8y = 22 \end{cases}$

EXERCICE 9

Une entreprise produit deux types d'objets A et B.

Pour des questions de vente, l'entreprise doit produire chaque semaine au moins 20 objets A et au moins 30 objets B, et au maximum, 100 objet A et 80 objets B. Par ailleurs, 440 heures hebdomadaires de travail sont disponibles dans l'entreprise : la confection d'un objet A nécessite 2 heures de travail, tandis que celle d'un objet B nécessite 4 heures de travail.

Le profit de l'entreprise sur la vente d'un objet A est 150 F et sur la vente d'un objet B est de 270 F. On suppose toute la production vendue.

1. Déterminer le nombre d'objet A et le nombre d'objet B à produire dans la semaine pour que le profit soit maximal.
2. Calculer le profit maximal.

EXERCICE 10

1. Si l'on augmente la longueur et la largeur de 4 m, l'aire du rectangle augmente de 316 m^2. Si l'on augmente la longueur de 4 m tout en diminuant la largeur de 6 m, l'aire du rectangle diminue de 282 m^2. Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle.

2. Trouver la longueur et la largeur d'un rectangle qui a pour périmètre 20m et pour aire 21m^2.

EXERCICE 11

Les élèves de première S du lycée de Koumpentoum ont planté des arbres dans quelques villages du département de Koumpentoum.

Le nombre d'arbre planté dans chaque village est égal exactement au nombre de village où ils ont planté d'arbre. Le nombre d'arbre survécu dans l'ensemble des villages est égal à 156, sachant que dans chaque village, il y'a un arbre qui n'a pas survécu. Trouve le nombre de village où ils ont planté d'arbre.

EXERCICE 12

Le responsable de la seconde S_{0A} dit au responsable de la seconde S_{0B} du lycée de Koumpentoum.

« Si je te donne 100F, j'aurais alors la même somme que toi. Mais si c'est toi qui me donnes 100f, j'aurai alors le double de ce qui te resterait ».

Trouver la somme de chacun.

EXERCICE 13

C'est la fête de Noel. Plusieurs personnes se sont réunies pour fêter Noel.
Chaque personne a apporté trois cadeaux à chacune des autres personnes.
Sachant qu'au total 468 cadeaux ont été déposés près de l'arbre de Noël, combien de personnes y avait-il ?

EXERCICE 14

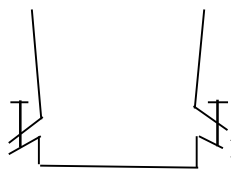
Une somme de 400 000 F doit être partagée également entre un certain nombre de personnes. Quel est le nombre de personnes sachant que s'il y avait 4 personnes de moins les parts seraient augmentées de 50 000 F.

EXERCICE 15

Déterminer un nombre de trois chiffres sachant que : la somme de ses chiffres est égale à 17 ; si on permute le chiffre des dizaines et celui des centaines, le nombre augmente de 360 ; si on permute le chiffre des unités et celui des centaines, le nombre diminue de 198.

EXERCICE 16

Un robinet B met 40 min de plus qu'un robinet A pour vider un réservoir. Lorsqu'on ouvre simultanément les deux robinets le réservoir est vidé en 48 min.
Quel temps faut-il à chacun pour vider le réservoir ?



EXERCICE 17

Une citerne d'un pétrolier contient 20 000 tonnes de pétrole. Les pompes A, B et C vident respectivement cette citerne en 40h, en 60, et en 50h.

Combien de temps faut-il aux trois pompes fonctionnant simultanément pour vider cette citerne.

Courage pour toujours